L'Actualité économique

Une étude sélective des mesures de bien-être d'un individu
A study of welfare measurements for an individual

Richard Laferrière

Volume 59, numéro 2, juin 1983

URI : https://id.erudit.org/iderudit/601218ar
DOI : https://doi.org/10.7202/601218ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)
1710-3991 (numérique)

Découvrir la revue

Citer ce document

Laferrière, R. (1983). Une étude sélective des mesures de bien-être d'un individu. *L'Actualité économique*, *59*(2), 325–343. https://doi.org/10.7202/601218ar

Résumé de l'article

This paper begins by presenting several well-known measures for a welfare variation of an individual following a change of prices and/or income. Then we discuss the computation of some of these measures and show some procedures which appeared recently in the literature. We also propose an extension of the Hausman's paper. The last section points out the roles of the compensating and equivalent variations. Throughout the paper we use a numerical example for illustrating purposes.

L'Actualité Économique. Revue d'analyse économique, vol. 59, no 2, juin 1983.

*Une étude sélective des mesures de bien-être d'un individu**

"The debate, dating at least from Aquinas if not before, currently generates some ten to fifteen learned papers each year to add to a stock of litterature already much too big for any single individual to read and understand in full."
Mckenzie et Pearce (1983).

Richard LAFERRIÈRE

I. INTRODUCTION

Cet article présente différentes mesures plausibles associées au changement du bien-être d'un individu suite à une variation des prix et/ou du revenu. Afin d'illustrer les différentes mesures ainsi que les calculs, nous définissons à la section II une fonction d'utilité et des fonctions de demande particulières dans trois situations où les prix auxquels le consommateur fait face et son revenu sont différents.

À l'intérieur de la section III, nous présentons le revenu équivalent (R.E.) ou surplus élémentaire, qui exprime en unité de compte le changement de bien-être d'un individu, ainsi que différents « surplus » (variation équivalente, variation compensatrice, surplus marshallien), qui sont des cas particuliers du R.E.

Différentes procédures de calculs de la variation compensatrice (ou de la variation équivalente) sont contenues dans la section IV. La dernière section contient une discussion de la signification et de l'utilisation de la variation compensatrice et équivalente.

Comme l'indique la citation de Mckenzie et Pearce la littérature qui traite du sujet qui nous préoccupe ici est vaste et quelque fois compliquée. Notre article sert à souligner quelques contributions de cette littérature qui sont, à notre avis, significatives.

* Ce texte est le résultat d'un travail effectué à l'intérieur d'un séminaire au département de Sciences Économiques de l'Université de Montréal.

L'auteur tient à remercier les professeurs M. Boyer, C. Bronsard, ainsi que S. Mahseredjian pour leurs commentaires pertinents.

II. QUELQUES DÉFINITIONS

La fonction d'utilité (U) que nous allons employer est la fonction d'utilité Stone-Geary définie

$$U = (x_1-\gamma_1)^{\alpha_1} (x_2-\gamma_2)^{\alpha_2} (x_3-\gamma_3)^{\alpha_3}, \tag{1}$$

où x_i est la quantité du bien i consommée par un individu. Nous fixons les paramètres γ et α aux valeurs suivantes: $\alpha_1 = 0{,}5$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0{,}25$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1$.

Nous supposons que l'individu se comporte comme s'il maximisait son utilité représentée par sa fonction d'utilité (1) tout en satisfaisant sa contrainte budgétaire $\sum_{i=1}^{3} p_i x_i = m$, où m est le revenu de l'individu et p_i est le prix du bien i. En général cette maximisation conduit aux fonctions de demande: $x_i = x_i(p_1, p_2, p_3, m)$, $i = 1,2,3$. Les fonctions de demande correspondant à la fonction d'utilité (1) sont

$$x_i = \gamma_i + \alpha_i \,(m - \sum_{j=1}^{3} p_j \gamma_j)/p_i \,, \; i = 1,2,3. \tag{2}$$

Nous allons évaluer le changement du bien-être de l'individu apporté par rapport à la situation 1. Définissons[1]

situation 1: $p_1 = 10, p_2 = 2, p_3 = 5, m = 500$

situation 2: $p_1 = 8, p_2 = 4, p_3 = 5, m = 400$

situation 3: $p_1 = 10, p_2 = 4, p_3 = 5, m = 450$.

Étant donné la fonction d'utilité (1) et les fonctions de demande (2) nous avons pour les différentes situations:

situation 1: $x_1 = 25{,}15, x_2 = 61{,}375, x_3 = 25{,}15, U = 30{,}367017$

situation 2: $x_1 = 24{,}9375, x_2 = 24{,}9375, x_3 = 20{,}15, U = 22{,}638689$

situation 3: $x_1 = 22{,}55, x_2 = 27{,}9375, x_3 = 22{,}55, U = 22{,}786351$.

III. LE REVENU ÉQUIVALENT ET DIFFÉRENTS SURPLUS[2]

A- *Le revenu équivalent ou surplus élémentaire*

Après avoir substitué les fonctions de demande (2) dans la fonction d'utilité (1), nous obtenons la fonction d'utilité indirecte $V(p_1, p_2, p_3, m)$,

1. Tout au long de l'article le bien 3 peut être interprété comme un bien composite avec son prix tenu fixe.
2. Cette section s'inspire de l'article de Pauwels (1977).

$$V(p_1, p_2, p_3, m) = (m-p_1\gamma_1-p_2\gamma_2-p_3\gamma_3)\,(\alpha_1/p_1)^{\alpha_1}\,(\alpha_2/p_2)^{\alpha_2}\,(\alpha_3/p_3)^{\alpha_3}, \quad (3)$$

qui nous permet de calculer la variation d'utilité (ΔV) associée à un changement des prix et/ou du revenu. L'expression formelle de ΔV s'écrit:

$$\Delta V = \int_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)} dV(p_1, p_2, p_3, m) = \int_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)} \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial U}{\partial x_j}\left(\sum_{i=1}^{2} \frac{\partial x_j}{\partial p_i} dp_i + \frac{\partial x_j}{\partial m} dm\right) \quad (4)^3$$

où p^1, p^2, m^1 et m^2 sont les vecteurs des prix et les revenus associés aux situations 1 et 2.

Le problème de maximisation de l'utilité du consommateur sous contrainte budgétaire présente quelques propriétés dont les suivantes:

$$\partial U/\partial x_i = \lambda \cdot p_i,\ i = 1, 2, 3; \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{3} p_j \cdot \partial x_j/\partial p_i = -x_i,\ i = 1, 2, 3; \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{3} p_j \cdot \partial x_j/\partial m = 1. \quad (7)^4$$

Si nous incorporons les équations (5), (6) et (7) à l'équation (3), il en résulte

$$\Delta V = \int_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)} dV = \int_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)} \lambda(p_1, p_2, p_3, m)\cdot\left[dm - \sum_{i=1}^{2} x_i\,(p_1, p_2, p_3, m)\,dp_i\right]. \quad (8)^5$$

nous obtenons le revenu équivalent *(RE)* ou surplus élémentaire, lorsque nous mesurons la variation du bien-être suite à un changement des prix et du revenu en termes monétaires plutôt qu'en terme d'utilité, en divisant la modification d'utilité *(dV)* par l'utilité marginale du revenu (λ)

---

3. Dans la deuxième sommation i varie de 1 jusqu'à 2, parce que le prix du bien 3 est fixe.

4. (5) est la condition du premier ordre de la maximisation du lagrangien, (6) et (7) sont des identités obtenues en dérivant la contrainte budgétaire (avec les fonctions de demande x_i) par rapport à p_j et m respectivement.

5. On doit distinguer entre une variation d'utilité (ΔU) et sa différentielle (dU) qui est l'approximation du premier ordre ou linéaire de V; en effet, d'après l'approximation de Taylor $\Delta U = U(x^1)-U(x^0) = U'\cdot\Delta x/1!\ U''(\Delta x)^2/2!+\ldots$, où $dU = U'\Delta x$, avec l'équation (8) la différentielle de la fonction d'utilité peut être exprimée comme suit

$$dU = \lambda\cdot(\Delta m - \sum_{i=1}^{2} x_i\cdot\Delta p_i) = \lambda\cdot(p^1x^1-p^0x^0-(p^1x^0-p^0x^0)) = \lambda\cdot p^1\Delta x,$$

la variation (du premier ordre) de l'utilité est proportionnelle à la variation de la valeur de la consommation évaluée avec les prix finaux et non avec les prix initiaux (ce dernier résultat nous a été souligné par Camille Bronsard).

$$RE = \int_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)} dV/\lambda = m^2 - m^1 - \int_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)} \sum_{i=1}^{2} x_i (p_1, p_2, p_3, m)\, dp_i. \qquad (8)$$

Nous verrons plus tard les conditions qu'une fonction doit satisfaire pour que son intégrale soit indépendante du chemin d'intégration. Il suffit pour l'instant de dire que, de façon générale, la valeur du RE va dépendre de la séquence du changement des prix et du revenu. Illustrons ce résultat en intégrant les fonctions de demande de notre exemple

$$RE = m^2 - m^1 - \int_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)} \sum_{i=1}^{2} (\gamma_i + \alpha_i (m - \sum_{j=1}^{3} \gamma_j p_j)/p_i)\, dp_i$$

$$= m^2 - m^1 - \Big[\gamma_1 (1-\alpha_1)\, p_1 + \alpha_1 (m - p_2\gamma_2 - p_3\gamma_3)\, lnp_1\Big]_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)}$$

$$- \Big[\gamma_2 (1-\alpha_2)\, p_2 + \alpha_2 (m - p_1\gamma_1 - p_3\gamma_3)\, lnp_2\Big]_{(p^1, m^1)}^{(p^2, m^2)}$$

Donnons-nous deux chemins d'intégration (sent. 1, sent. 2) pour calculer les revenus équivalents (RE^1, RE^2).

Soit:

$$\text{Sent. } 1 \equiv (p_1^1, p_2^1, m^1) \rightarrow (p_1^2, p_2^1, m^1) \rightarrow (p_1^2, p_2^2, m^1) \rightarrow (p_1^2, p_2^2, m^2),$$

et

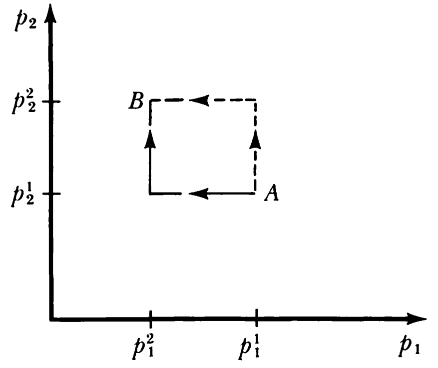
$$\text{Sent. } 2 \equiv (p_1^1, p_2^1, m^1) \rightarrow (p_1^1, p_2^2, m^1) \rightarrow (p_1^2, p_2^2, m^1) \rightarrow (p_1^2, p_2^2, m^2),$$

alors les revenus équivalents correspondant à chacun des sentiers sont

$$\begin{aligned} RE^1 = & -\big[\gamma_1 (1-\alpha_1) (p_1^2 - p_1^1) + \alpha_1 (m^1 - p_2^1 \gamma_2 - p_3\gamma_3) (lnp_1^2 - lnp_1^1)\big] \\ & -\big[\gamma_2 (1-\alpha_2) (p_2^2 - p_2^1) + \alpha_2 (m^1 - p_1^2 \gamma_2 - p_3\gamma_3) (lnp_2^2 - lnp_2^1)\big] + m^2 - m^1 \\ = & -129{,}88578 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RE^2 = & -\big[\gamma_2 (1-\alpha_2) (p_2^2 - p_2^1) + \alpha_2 (m^1 - p_1^1 \gamma_1 - p_3\gamma_3) (lnp_2^2 - lnp_2^1)\big] \\ & -\big[\gamma_1 (1-\alpha_1) (p_1^2 - p_1^1) + \alpha_1 (m^1 - p_2^2 \gamma_2 - p_3\gamma_3) (lnp_1^2 - lnp_1^1)\big] + m^2 - m^1 \\ = & -129{,}762354. \end{aligned}$$

La différence entre Sent. 1 et Sent. 2 est illustrée par la figure ci-dessous où A et B représentent les points initiaux et finaux respectivement avec la ligne continue indiquant le sentier 1 et la ligne pointillée le sentier 2. Le passage de la situation 1 à la situation 2 produit une réduction du revenu équivalent, mais cette réduction diffère selon que le prix du bien 1 diminue puis le prix du bien 2 augmente ($RE^1 = -129{,}88578$), ou qu'on évalue le revenu équivalent avec la hausse du prix du bien 2 d'abord, puis la réduction du prix du bien 1 ($RE^2 = -129{,}762354$).



B- *La variation compensatrice*

La variation compensatrice *(CV)* se définit comme le montant (en terme d'unité de compte) dont il faut priver l'individu, après le changement des prix et du revenu, afin qu'il conserve le même niveau d'utilité qu'en situation initiale, c'est-à-dire

$$V(p^2, m^2-CV) = V(p^1, m^1).$$

Soit $E(p^l, V^k)$ la fonction de dépense qui représente le revenu nécessaire à un individu, dans la situation l avec les prix p^l, pour obtenir le même niveau d'utilité (V^k) qu'en situation k. Suite à cette définition on a

$$V(p^2, E(p^2, V^1)) = V(p^1, m^1),$$

et avec la définition de CV on obtient

$$m^2-CV = E(p^2, V^1)$$

ou

$$\begin{aligned} CV &= m^2-E(p^2, V^1) \\ &= m^2-m^1-E(p^2, V^1)+E(p^1, V^1) \\ &= m^2-m^1-\int_{p^1}^{p^2} \frac{\partial E(p, V^1)}{\partial p} dp \\ &= m^2-m^1-\int_{p^1}^{p^2} h(p, V^1)\, dp, \end{aligned} \tag{9}$$

où $h(p, V^1) = \dfrac{\partial E(p, V^1)}{\partial p}$.

À l'intérieur de la théorie du consommateur la fonction $h(p, V)$ représente la fonction de demande compensée du consommateur (voir annexe 1).

On vérifie maintenant que CV correspond à un chemin spécifique d'intégration du revenu équivalent. En effet, soit le chemin d'intégration $(p^1, m^1) \rightarrow (p^2, m^2-CV) \rightarrow (p^2, m^2)$, alors RE s'écrit

$$\begin{aligned} RE &= \int_{(p^1,\, m^1)}^{(p^2,\, m^2-CV)} dm-xdp + \int_{(p^2,\, m^2-CV)}^{(p^2,\, m^2)} dm-xdp \\ &= \quad 0 \quad + m^2-(m^2-CV) \\ &= CV. \end{aligned}$$

Il peut sembler surprenant de voir la première intégrale s'annuler après avoir affirmé que l'équation (8) dépend du chemin d'intégration. Cette première intégrale peut s'écrire

$$\int_{(p^1,\, m^1)}^{(p^2,\, m^2-CV)} dm-xdp = m^2-CV-m^1-\int_{(p^1,\, m^1)}^{(p^2,\, m^2-CV)} xdp$$

et en substituant CV par l'équation (9) on obtient

$$\int_{(p^1,\, m^1)}^{(p^2,\, m^2-CV)} dm-xdp = 0 => \int_{p^1}^{p^2} h\,(p,\, V^1)\, dp = \int_{(p^1,\, m^1)}^{(p^2,\, m^2-CV)} xdp, \tag{10}$$

c'est-à-dire la partie $(p^1, m^1) \rightarrow (p^2, m^2-CV)$ du chemin d'intégration doit être choisie telle que (10) soit respectée.

À l'aide de la fonction d'utilité indirecte (3) nous pouvons facilement dériver la fonction de dépense

$$E\,(p^2, V^1) = V^1 \cdot \left(\frac{p_1^2}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_2^2}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_3^3}{\alpha_3}\right)^{\alpha_3} + \sum_{i=1}^{3} p^2{}_i\gamma_i. \tag{11}$$

Nous pouvons calculer maintenant la valeur de CV lorsque l'individu passe de la situation 1 à la situation 2

$$CV = m^2-E\,(p^2, V^1) = -130{,}74737.$$

La réduction du bien-être calculée selon CV est donc supérieure à celles calculées selon RE.

C- *La variation équivalente*

La variation équivalente se définit comme étant le montant (en terme d'unité de compte) qu'il faut donner à l'individu afin qu'il ait le même niveau d'utilité qu'en situation finale (après changement des prix et du revenu), c'est-à-dire

$$V\,(p^1, m^1+EV) = V\,(p^2, m^2).$$

Puisque $V\ (p^1,\ E\ (p^1,\ V^2)) = V\ (p^2,\ m^2)$, *alors*

$$EV = E\ (p^1,\ V^2) - m^1 + m^2 - E\ (p^2,\ V^2)$$

$$= m^2 - m^1 - \int_{p^1}^{p^2} h\ (p,\ V^2)\ dp. \qquad (12)$$

Il découle des définitions de CV et EV que la valeur de EV pour le passage de la situation 1 à la situation 2 est la même que celle de CV pour le passage de la situation 2 à la situation 1.

Tout comme CV, EV correspond à un sentier d'intégration particulier $((p^1,\ m^1) \rightarrow (p^1,\ m^1+EV) \rightarrow (p^2,\ m^2))$ de RE. La valeur de EV, lorsque l'individu passe de la situation 1 à la situation 2, est

$$EV = E\ (p^1,\ V^2) - m^1 = -122{,}9175.$$

D- *Le surplus marshallien*

Pour un prix donné d'un bien le surplus marshallien *(SM)* est la différence entre ce qu'un consommateur est prêt à payer pour ce bien et ce qu'il paie effectivement, ceci correspond à l'aire à la gauche de sa courbe de demande (prix du bien en ordonnée). Lorsqu'il y a un changement des prix la variation du SM (ΔSM) de l'individu s'écrit

$$\Delta SM = \int_{p^2}^{p^1} \sum_{i=1}^{2} x_i\ (p,\ m)\ dp_i.$$

Il a été démontré précédemment que CV et EV correspondent à des chemins spécifiques d'intégration du RE, de façon similaire pour SM, si l'on spécifie le chemin d'intégration $(p^1,\ m^1) \rightarrow (p^2,\ m^1) \rightarrow (p^2,\ m^2)$ pour RE, nous obtenons

$$RE = \int_{p^2}^{p^1} \Big[\sum_{i=1}^{2} x_i\ (p,\ m^1)\ dp_i \Big] + m^2 - m^1 = \Delta SM + m^1 - m^2.$$

On sait par ailleurs que la valeur de ΔSM dépend de l'ordre dans lequel les prix changent.

De façon générale la condition nécessaire et suffisante que

$$\int \sum_{i=1}^{n} g_i\ (x)\ dx_i$$

doit satisfaire pour être indépendante du chemin d'intégration est

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_j} = \frac{\partial g_j}{\partial x_i},\ i, j = 1,\ \ldots,\ N.$$

Cette condition appliquée à ΔSM donne

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = \frac{\partial x_2}{\partial p_1},$$

ce qui implique d'après l'équation de Slutsky (annexe 1)

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_2} - x_2 \frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{\partial h_2}{\partial p_1} - x_1 \frac{\partial x_2}{\partial m},$$

ou

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_1} = \frac{\partial x_2}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_2},$$

c'est-à-dire la même élasticité de revenu pour les biens dont le prix change. Cette condition est évidemment satisfaite si l'on suppose qu'il n'y a aucun effet de revenu
$(\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{\partial x_2}{\partial m} = 0)$.

Sans le démontrer on note qu'avec $\frac{\partial x_i}{\partial m} = 0$ pour tous les biens dont le prix change, on obtient $EV = CV = \Delta SM + m^2 - m^1$.

Nous avons distingué jusqu'à présent trois concepts différents (ΔSM, CV, EV) afin de répondre à notre question de base qui était de donner une mesure monétaire au changement de bien-être d'un individu *(RE)* suite à une variation des prix et du revenu. On peut remarquer que plusieurs autres «surplus» peuvent être dérivés du *RE* à cause de sa dépendance du sentier d'intégration. Toutefois comme l'indique Willig (1973): *There are no grounds for embuing with welfare meaning any surplus concepts other than* CV *or* EV. Avant de préciser davantage les mérites et les limites de ces deux concepts (CV et EV) nous allons indiquer comment on peut les mesurer.

SECTION IV

On peut observer les fonctions de demande $x\ (p_1, m)$ d'un individu. Cependant, le calcul de CV et EV requiert la fonction de dépense $E\ (p, V)$. On peut retrouver cette fonction de dépense à partir des fonctions de demande $x\ (p, m)$ si celles-ci satisfont l'équation de Slutsky (voir annexe 1). En effet, à partir de $x\ (p, m)$ on trouve les coefficients de Slutsky $\frac{\partial h_i}{\partial p_j}$ et il suffit de les intégrer deux fois pour obtenir la fonction de dépense sous-jacente à ces coefficients.

Si l'on suppose que les fonctions de demande satisfont l'équation de Slutsky, on peut obtenir à partir des fonctions de demande la fonction de dépense de façon plus simple que celle indiquée précédemment.

Commençons par l'article de Vartia (1983). Vartia propose un algorithme qui, à partir des fonctions $x\ (p,\ m)$ satisfaisant l'équation de Slutsky, et des prix de l'état initial (p^1) et final (p^2), calcule la fonction de dépense $E\ (p^2,\ V^1)$ et les demandes compensées $h\ (p^2,\ V^1)$[6]. Le nombre d'itérations de l'algorithme doit être spécifié d'avance et puisque la convergence de l'algorithme est démontrée, il suffit d'accroître le nombre d'itérations pour obtenir des résultats aussi précis que désiré. Nous avons appliqué cet algorithme à notre problème (notre programme, écrit en Fortran IV, est disponible sur demande) et, en fixant le nombre d'itérations à 100, nous avons obtenu $\hat{E}\ (p^2,\ V^1) = 530{,}74799623$ qui doit être comparé à $E\ (p^2,\ V^1) = 530{,}74737$. Le temps ordinateur de l'exécution a été de 1,83 sec. L'algorithme semble être très efficace.

On peut évidemment calculer $E\ (p^1,\ V^2)$ avec cet algorithme, en inversant les situations finales et initiales, afin d'obtenir l'évaluation de la variation équivalente. Les résultats obtenus sont aussi satisfaisants ($\hat{E}\ (p^1,\ V^2) = 377{,}0773168$, $E\ (p^1,\ V^2) = 377{,}0825$, temps d'exécution 1,81 sec. .

La deuxième méthode nous est proposée par Hausman (1981) et Mohring (1971). Commençons par présenter l'article de Hausman, puis il apparaîtra que l'article de Mohring le généralise.

Hausman dérive une «quasi fonction de dépense» à partir d'une fonction de demande ordinaire estimée empiriquement. Le terme quasi fonction de dépense se réfère au fait que son analyse s'applique lorsqu'un seul prix change dans l'étude de la variation du bien-être. Illustrons sa méthode en l'appliquant à notre exemple, c'est-à-dire, en ne considérant que la variation du prix du bien I.

Soit la fonction d'utilité indirecte $V\ (p_1^2\ ,\ p_2^1\ ,\ p_3^1\ ,\ E\ (p_1^2\ ,\ p_2^1\ ,\ p_3^1\ ,\ V^1))$ on prend sa différentielle totale et d'après la définition de la fonction de dépense la valeur de V demeure à V^1. On a donc

$$dV = \frac{\partial V}{\partial E} \cdot dE + \frac{\partial V}{\partial p_1} \cdot dp_1 = 0. \tag{13}$$

D'après l'identité de Roy, $\dfrac{-\partial v/\partial p_1}{\partial v/\partial E} = x_1\ (p,\ E)$, on peut réécrire (13) comme suit

6. Vartia propose quelques méthodes numériques pour solutionner l'équation différentielle du premier ordre suivant

$$\frac{dE(t)}{dt} = \sum_i h_i\ (p(t)_i E(t))\ \frac{dp_i(t)}{dt}$$

où t est une variable auxiliaire $(0 \leq t \leq 1)$ et $p(t)$ une fonction différentiable connue. Nous proposons plus loin une solution algébrique au même problème (voir équation (25)).

$$\frac{dE}{dp_1} = \gamma_1 (1-\alpha_1) + \frac{\alpha_1}{p_1}(E - p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3). \tag{14}$$

La solution de l'équation différentielle (14) donnera la quasi fonction de dépense $E\ (p_1, p_2^1, p_3^1, V^1)$, c'est-à-dire, le revenu nécessaire suite à un changement de p_1 pour garder le même niveau d'utilité.

On commence par transformer (14) afin de satisfaire la condition d'intégrabilité $(\partial^2 V/\partial m \partial p_1 = \partial^2 V/\partial p_1 \partial m)$,

$$p_1^{-\alpha_1} dE - p_1^{-\alpha_1}\left[(1-\alpha_1)\gamma_1 + \alpha_1 (E - p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3)/\mathrm{p}_1\right]\mathrm{dp}_1 = 0. \tag{15}$$

En intégrant (15) on obtient la quasi fonction d'utilité indirecte

$$V^o = \int p_1^{-\alpha_1}\, dE = p_1^{-\alpha_1} \cdot E + k, \tag{16}$$

où k est spécifié de façon à satisfaire (15); on a

$$\partial V/\partial p_1 = -\alpha_1 p_1^{-\alpha_1 - 1} \cdot E + \partial k/\partial p_1 = -p_1^{-\alpha_1}\left[(1-\alpha_1)\gamma_1 + \alpha_1 (E - p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3)/p_1\right],$$

donc $\partial k/\partial p_1 = -p_1^{-\alpha_1}(1-\alpha_1)\gamma_1 - p_1^{-\alpha_1 - 1}\ \alpha_1 (-p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3)$,

et $k = -\gamma_1 p_1^{-\alpha_1 + 1} + p_1^{-\alpha_1}(-p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3)$.

On substitue cette dernière équation dans (16)

$$\begin{aligned} V^1 &= -\gamma_1 p_1^{1-\alpha_1} + p_1^{-\alpha_1}(E - p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3) \\ &= (p^1{}_1)^{-\alpha_1}(E - p_1^1 \gamma_1 - p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3). \end{aligned} \tag{17}$$

De (17) on obtient la quasi fonction de dépense

$$E\ (p_1^2, p_2^1, p_3^1, V^1) = V^1 \cdot (p_1^2)^{\alpha_1} + p_1^2 \gamma_1 + p_2^1 \gamma_2 + p_3^1 \gamma_3. \tag{18}$$

En substituant (17) dans (18) et sachant que $E\ (p^1, V^1) = m^1$, (18) devient

$$\begin{aligned} E\ (p_1^2, p_2^1, p_3^1, V^1) &= \left[(p_1^1)^{-\alpha_1}(m^1 - p_1^1 \gamma_1 - p_2^1 \gamma_2 - p_3^1 \gamma_3)\right](p_1^2)^{\alpha_1} p_1^2 \gamma_1 + p_2^1 \gamma_2 + p_3^1 \gamma_3 \\ &= (p^2{}_1/p^1{}_1)^{\alpha_1}(m^1 - p^1{}_1\gamma_1 - p^1{}_2\gamma_2 - p^1{}_3\gamma_3) + p^2{}_1\gamma_1 + p^1{}_2\gamma_2 + p^1{}_3\gamma_3. \end{aligned} \tag{19}$$

L'équation (11) peut-être transformée de la même façon, c'est-à-dire

$$E\ (p^2, V^1) = V^1 \cdot \left(\frac{p_1^2}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_2^2}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_3^2}{\alpha_3}\right)^{\alpha_3} + \sum_{i=1}^{3} p_i^2 \gamma_i$$

$$= (m^1 - \sum_{i=1}^{3} p^1{}_i\gamma_i)\left(\frac{\alpha_1}{p_1^1}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{\alpha_2}{p_2^1}\right)^{\alpha_2}\left(\frac{\alpha_3}{p_3^1}\right)^{\alpha_3} \cdot \left(\frac{p_1^2}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{p_2^2}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2}\left(\frac{p_3^2}{\alpha_3}\right)^{\alpha_3} + \sum_{i=1}^{3} p^2{}_i\gamma_i. \tag{20}$$

Si l'on pose $p_1^2 = p_1^1$ et $p_2^2 = p_2^1$, (19) et (20) sont égales, ce qui veut dire que la quasi fonction de dépense est identique à la vrai fonction de dépense dérivée en (11).

Hausman constate donc que l'on peut dériver la valeur exacte de la fonction de dépense lorsqu'un seul prix change et des recherches plus étendues doivent être entreprises afin de considérer plusieurs changements de prix.

Nous allons présenter une extension possible de l'article de Hausman lorsque plusieurs prix changent. L'idée est de considérer les changements de prix de façon séquentielle afin de calculer $E\ (p^2, V^1)$. Au tout début on évalue le revenu nécessaire, $E\ (p_1^2, p_2^1, p_3^1, V^1)$, pour garder le même niveau d'utilité suite à un changement du premier prix (p_1^2). Puis cette situation finale (prix du bien 1 après changement, autres prix à leurs valeurs initiales et revenu de $E\ (p_1^2, p_2^1, p_3^1, V^1)$) de la première itération devient la situation initiale de la deuxième itération qui consiste, tout comme la première, à trouver le revenu $E\ (p_1^2, p_2^2, p_3^1, V^1)$ nécessaire pour garder le même niveau d'utilité suite au changement du deuxième prix (p_2^2).

Il y a autant d'itérations que de prix qui changent entre les deux situations d'intérêt. Nous allons montrer que cette procédure conduit à la fonction de dépense pour notre exemple. On reprend les mêmes étapes décrites entre les équations (14) et (17), sauf que p_2 varie et non p_1 et que le revenu initial n'est plus m^1 mais plutôt $E\ (p_1^2, p_2^1, p_3^1, V^1)$.

On cherche donc à solutionner l'équation différentielle

$$\frac{dE}{dp_2} = \gamma_2\ (1-\alpha_2) + \frac{\alpha_2}{p_2}(E\ (p_1^2, p_2^1, p_3^1, V^1) - p_1^2\gamma_1 - p_3^1\gamma_3). \tag{21}$$

La solution de (21) est analogue à celle de (17), c'est-à-dire

$$V^1 = (p_2^1)^{-\alpha_2} \cdot (E\ (p_1^2, p_2^1, p_3^1, V^1) - p_1^2\gamma_1 - p_2^1\gamma_2 - p_3^1\gamma_3), \tag{22}$$

$$V^1 = (p_2^1)^{-\alpha_2} \cdot (p_1^2/p_1^1)^{\alpha_1} \cdot (m^1 - p_1^1\gamma_1 - p_2^1\gamma_2 - p_3^1\gamma_3). \tag{23}$$

La fonction de dépense $E\ (p^2, V^1)$ est obtenue à partir de (22)

$$E\ (p_1^2, p_2^2, p_3^1, V^1) = V^1 \cdot (p_2^2)^{\alpha_2} + p_1^2\gamma_1 + p_2^2\gamma_2 + p_3^1\gamma_3$$

$$= (p_1^2/p_1^1)^{\alpha_1}(p_2^2/p_2^1)^{\alpha_2} \cdot (m^1 - p_1^1\gamma_1 - p_2^1\gamma_2 - p_3^1\gamma_3) + p_1^2\gamma_1 + p_2^2\gamma_2 + p_3^1\gamma_3 \tag{24}$$

$E\ (p_1^2, p_2^2, p_3^1, V^1)$ et $E\ (p^2, V^1)$ sont identiques puisque $p_3^2 = p_3^1$.

Après avoir trouvé cette généralisation à la procédure de Hausman, nous avons constaté que Mohring (1971) suggérait précisément cette méthode sans toutefois expliciter les étapes à suivre.

On peut donner une interprétation analytique à ce résultat. Prenons la différentielle totale de la fonction d'utilité $V\ (p, m)$ et fixons le niveau de cette fonction, donc

$$dV = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial p_i} dp_i + \frac{\partial V}{\partial m} dm = 0. \tag{25}$$

On peut réécrire (25) en tenant compte de l'identité de Roy

$$-\frac{\partial V / \partial p_i}{\partial V / \partial m} = x_i\ (p,\ m),$$

$$dm = \sum_{i=1}^{n} x_i\ (p,\ m)\ dp_i. \tag{26}$$

Cette dernière équation apparaît comme étant la différentielle totale de la fonction de dépense.

La procédure exposée ci-haut propose d'intégrer séquentiellement (26), où chaque étape est la solution d'une équation différentielle du premier ordre et du premier degré. La preuve de cette procédure paraîtra dans un article subséquent.

La troisième méthode que nous présentons est celle de Willig (1973). Willig (1973) remarque que même si CV et EV sont les mesures les plus pertinentes pour l'analyse du bien-être, l'obtention de ces mesures implique des difficultés au niveau de l'information nécessaire et des calculs. Sa contribution est de fournir des bornes pour CV et EV qui dépendent du surplus marchallien, ainsi que de la plus grande et plus faible élasticité du revenu.

Son apport se distingue des autres, car les fonctions de demande qu'il utilise n'ont pas besoin de satisfaire l'équation de Slutsky. Contrairement à ce qu'a retenu la littérature (Vartia (1983) en est un exemple récent) les résultats des travaux de Willig ne se limitent pas uniquement au cas où un seul prix change.

Nous allons appliquer ses résultats pour dériver les bornes de CV. Toutefois, nous nous limitons à l'application de son théorème 6 qui traite le cas où il y a une variation de plusieurs prix simultanément mais qui exclut la possibilité de biens inférieurs. Il présente aussi un algorithme qui est une méthode générale et qui traite, entre autres, du cas des biens inférieurs.

L'annexe 2 présente le théorème 6 de Willig (1973) ainsi que les calculs pour notre exemple. Nous obtenons le résultat suivant

$$28{,}232556 \leqslant CV \leqslant 38{,}463809,$$

où le vrai $CV = 30{,}74737$ suivant la définition de Willig.

L'article de Seade (1978) donne des expressions exactes pour CV et EV avec des fonctions de demande

$$x = y \cdot \frac{Ap}{A\ (p)} + Bp - \frac{B\ Ap}{A\ (p)}$$

et de dépense

$$E = A\,(p) \cdot F\,(U) + B(p),$$

où $A\ (p)$ et $B\ (p)$ sont des scalaires et Ap est un vecteur des dérivées partielles de A par rapport au prix. Les fonctions de demande sont dérivées de l'hypothèse que l'utilité marginale du revenu est indépendante du revenu.

La fonction d'utilité Stone-Geary possède cette caractéristique et les paramètres A et B sont

$$A\,(p) = \left(\frac{p_1}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_2}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_3}{\alpha_3}\right)^{\alpha_3},$$

$B\ (p) = p_1\gamma_1+p_2\gamma_2+p_3\gamma_3$, donc

$$\frac{Ap}{A} = \begin{pmatrix} \alpha_1/p_1 \\ \alpha_2/p_2 \\ \alpha_3/p_3 \end{pmatrix}$$

L'expression de CV donnée par Seade est la suivante

$$CV = \Delta m + \int_{p^2}^{p^1} exp\ (- \int_{p^1}^{p^2} Ap/A\ dp) \cdot xdp.$$

Soulignons que l'utilisation d'une approximation du second ordre de la fonction de dépense ne donne pas un résultat très satisfaisant dans notre cas (voir annexe 3).

SECTION V

Même si ces deux concepts CV et EV apparaissent comme étant deux mesures du changement du bien-être leurs utilisations sont liées au cas à étudier.

Comme l'indique Willig (1973), puisque EV mesure le revenu équivalent d'un changement des prix et du revenu avec les prix de la situation initiale, c'est un outil naturel à employer pour comparer différentes situations. Ce point de vue est corroboré par Hause (1975), et plus récemment, par Chipman et Moore (1980) qui démontrent que EV est compatible avec une fonction d'utilité, c'est-à-dire que l'ordre donné par EV pour différentes situations correspond à celui donné par la fonction d'utilité sous-jacente. Par ailleurs, CV en général ne possède pas cette propriété; ce fut l'un des points apportés par l'article de Hause (1975). Chipman et Moore (1980) ont donné les conditions pour lesquelles CV ordonne correctement différentes situations.

Afin d'illustrer ce point donnons le CV et EV si l'individu passe de la situation 1 à la situation 3.

$$CV\ (1{,}3) = m^3 - E\ (p^3,\ U^1) = -143{,}38703,$$
$$EV\ (1{,}3) = E\ (p^1,\ U^3) - m^1 = -120{,}57365.$$

Rappelons que

$$CV\ (1{,}2) = -130{,}74737,$$
$$EV\ (1{,}2) = -122{,}9175,$$
$$U^2 = 22{,}6386$$

et

$$U^3 = 22{,}7863.$$

Puisque $U^3 > U^2$, la situation 3 est préférée à la situation 2, mais le montant qu'il faut donner au consommateur dans la situation 3 (143,38703) pour qu'il retrouve son niveau d'utilité initiale est supérieur au montant requis avec la situation 2 (130,7473), d'où contradiction entre l'ordonnance par CV et les préférences de l'individu. Toutefois, puisque CV indique le revenu équivalent qui donne à l'individu le même niveau d'utilité que la situation initiale, c'est un outil naturel à employer avec le principe de compensation Hicks-Kaldor.

ANNEXE 1

PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION DE DÉPENSE[1]

La fonction de dépense $E\ (p,\ U^1)$ résulte de l'optimisation suivante

$$\min_{x}\ px \text{ tel que } U\ (x) \geqslant U^1.$$

La fonction de dépense est: 1) non décroissante en p; 2) homogène de degré 1 en p; 3) continue en p, pour $p >> 0$.

De plus la dérivée de la fonction de dépense par rapport aux prix d'un bien donne la demande compensée $h\ (p,\ U^1)$ de ce bien, c'est-à-dire

$$\partial E\ (p,\ U^1)/\partial p_i = h_i\ (p,\ U^1),\ i = 1,\ldots, N.$$

L'équation de Slutsky décrit la relation entre la fonction de demande compensée $h_i\ (p,\ U^1)$ et la fonction de demande dérivée à l'équation 2 du texte. L'équation de Slutsky est

$$\partial x_i\ (p,\ m)/\partial p_j + x_j\ (p,\ m)\ \partial x_i\ (p,\ m)/\partial m = \partial h_i\ (p,\ U^1)/\partial p_j;$$

et

$$x\ (p,\ E\ (p,\ U^1)) \equiv h\ (p,\ U^1).$$

1. Une discussion complète de la fonction de dépense se trouve dans Diamond Mcfadden (1974).

ANNEXE 2

On calcule les bornes données par Willig (1973) (reproduit dans les pages suivantes) pour CV pour les situations 1 et 2 de notre exemple.

$$A_D = \left| \int_{p^1_1}^{p^2_1} x_1 (t, p^1_2, m^1)\, dt \right| = \left| \left[\gamma_1 (1-\alpha_1) p_1 + \alpha_1 (m^1 - p^1_2\gamma_2 - p_3\gamma_3) \ln p_1\right]_{p^1_1}^{p^2_1} \right| = 56.0048854$$

$$A_U = \left| \int_{p^1_2}^{p^2_2} x_2 (p^2_1, t, m^1)\, dt \right| = \left| \left[\gamma_2 (1-\alpha_2) p_2 + \alpha_2 (m^1 - p^2_1\gamma_1 - p_3\gamma_3) \ln p_2\right]_{p^1_2}^{p^2_2} \right| = 85{,}890669$$

$a = A/m^1 = (A_U - A_D)/500 = 0{,}0597715677.$

$\overline{\eta}$ et $\underline{\eta}$ sont déterminées avec $m = m^1$ dans les deux situations. Il s'avère que $\overline{\eta}$ est pour le bien 2 dans la situation 1 et $\underline{\eta}$ aussi dans la situation 1 pour le bien 1

$$(\eta_i = \alpha_i m / \left[p_i\alpha_i + \alpha_i \left(m - \sum_{j=1}^{3} p_j\gamma_j\right)\right]$$

$$\overline{\eta} = 1{,}01010101$$

$$\underline{\eta} = 0{,}9940358$$

$$\overline{E} = a\, \overline{n}/2 = 0{,}0301876604$$

$$\underline{E} = \frac{a\underline{\eta}}{2} \left[1 + a\, (\underline{\eta} - 1)\right]^{\left(\frac{2-\underline{\eta}-1}{1-\underline{\eta}}\right)} = 0{,}0280035625$$

(i.b.) $\rightarrow \overline{T} = 6{,}887369745$

(iii.b) $\rightarrow \underline{T} = -3{,}221563822$

$\underline{E} A_D\, \underline{T}\, (A_U - A_D) = 28{,}232556$

$\overline{E} A_D\, \overline{T}\, (A_U - A_D) = 38{,}463809$

Le[1] théorème suivant analyse un changement des prix. Le cas des biens inférieurs est exclu car l'approximation des bornes est algébriquement trop complexe. Cette situation est mieux traitée numériquement avec la méthode générale discutée plus loin. Les biens sont définis tels que $p^2_i < p^1_i$ pour $i = 1, \ldots, K$ et $p^2_i > p^1_i$ pour $i > K$.

1. On a traduit le théorème 6 de Willig (1973).

Définitions:

$$A_i = \left| \int_{p^1_i}^{p^2_i} x_i\,(p^2_1,\ldots, p^2_i, p_i, p^1_{i+1},\ldots, p^1_n, m^1)\, dp_i \right|;$$

$$A_d = \sum_{i=1}^{K} A_i,\ A_u = \sum_{i=k+1}^{n} A_i,\ a = (A_u - A_d)/m^1;$$

$$p^i = (p^2_1,\ldots, p^2_i, p^1_{i+1},\ldots, p^1_n);$$

$$\Gamma_i = \{p{:}p = (1-t)\,p^{i-1} + t\,p^i;\ 0 \leqslant t \leqslant 1\};$$

$\overline{\eta}_i$ et $\underline{\eta}_i$ sont les bornes supérieures et inférieures respectivement de

$$\left\{ \left(\frac{\delta x_i\,(p,\,m)}{\delta m} \cdot \frac{m}{x_i\,(p,\,m)} \right) : m = (1-t)\,m^\circ + t\cdot E\,(p,\,U^1);\ 0 \leqslant t \leqslant 1 \right\}$$

$\overline{\eta} = \max_i \overline{\eta}_i$ et $\underline{\eta} = \min_i \underline{\eta}_i$.

Théorème 6

Étant donné une fonction d'utilité deux fois continuement différentiable, des prix positifs et des fonctions de demande $x_i\,(p,\,m)$ deux fois continuement différentiable, alors

$\underline{E}\,A_D + \underline{T} \leqslant E\,(p^2,\,U^1) - m^1 - (A_U - A_D) \leqslant \overline{E}\,A_D + \overline{T}$, où $\overline{E}$ et $\underline{E}$ sont déterminés d'après le tableau 1 qui suit.

Étant donné que $A_D < m^1$

(i.a.) si $\overline{\eta} > 1$, $\underline{\eta} \geqslant 0$, et $\frac{A_U}{m^\circ}\left(1 - \frac{A_D}{m^\circ}\right)^{\overline{\eta}-1} < \frac{1}{\overline{\eta}-1}$ ou

(i.b.) si $1 > \overline{\eta} > \frac{1}{2}$, $\underline{\eta} \geqslant 0$, donc $\overline{T} = \frac{A^2_U\overline{\eta}}{2\,(m^\circ - A_D)}\left[1 - \frac{A_U}{m^\circ - A_D}\,(\overline{\eta}-1)\right]^{\frac{2\overline{\eta}-1}{1-\overline{\eta}}}$;

(ii) si $0 \leqslant \overline{\eta} \leqslant \frac{1}{2}$, $\underline{\eta} \geqslant 0$, donc $\overline{T} = \frac{A^2_U\overline{\eta}}{2\,(m^\circ - A_D)}$

(iii.a) si $\underline{\eta} > 1$ et $\frac{A_U}{m^\circ}\left(1 - \frac{A_D}{m^\circ}\right)^{\overline{\eta}-1} < \frac{1}{\underline{\eta}-1}$, ou

TABLEAU 1

Si	Alors
$\overline{\eta} > 1$	$\overline{E} = a\,\overline{\eta}/2$
$1 > \overline{\eta}\ {}^{1}/_{2}$ et $a < \dfrac{1}{1-\overline{\eta}}$	
${}^{1}/_{2} > \overline{\eta} > 0$ et $a < \dfrac{1}{1-\overline{\eta}}$	$\overline{E} = \dfrac{a\,\overline{\eta}}{2}\left[1 + a\,(\overline{\eta}-1)\right]^{\frac{2\,\overline{\eta}-1}{1-\overline{\eta}}}$
$0 \geqslant \overline{\eta}$ et $a \leqslant \dfrac{1}{1-\overline{\eta}}$	$\overline{E} = -\,a\,\overline{\eta}/2$
$\underline{\eta} > 1$	$\underline{E} = \dfrac{a\,\underline{\eta}}{2}\left[1 + a\,(\underline{\eta}-1)\right]^{\frac{2\,\underline{\eta}-1}{1-\underline{\eta}}}$
$1 > \underline{\eta} > {}^{1}/_{2}$ et $a < \dfrac{1}{1-\underline{\eta}}$	
${}^{1}/_{2} \geqslant \underline{\eta} \geqslant 0$ et $a < \dfrac{1}{1-\underline{\eta}}$	$\underline{E} = a\,\underline{\eta}/2$
$0 > \underline{\eta}$ et $a < \dfrac{1}{1-\underline{\eta}}$	$\underline{E} = \dfrac{-\,a\,\underline{\eta}}{2}\left[1 + a\,(\underline{\eta}-1)\right]^{\frac{2\,\underline{\eta}-1}{1-\underline{\eta}}}$

(iii.b) si $1 > \underline{\eta} \geqslant \dfrac{1}{2}$ et $\overline{\eta} > 1$,

$$\text{donc } \underline{T} = \frac{-A_U A_D \overline{\eta}}{m^\circ} + \frac{\underline{\eta} A^2_U}{2m^\circ}\left(1 - \frac{A_D}{m^\circ}\right)^{2\overline{\eta}-1};$$

(iv) si $1 > \underline{\eta} \geqslant \dfrac{1}{2}$ et $\overline{\eta} < 1$, donc $\underline{T} = \dfrac{-A_U A_D \overline{\eta}}{m^\circ}\left(1 - \dfrac{A_D}{m^\circ}\right)^{\overline{\eta}-1} +$

$$+ \frac{\underline{\eta} A^2_U}{2m^\circ}\left(1 - \frac{A_D}{m^\circ}\right)^{2\overline{\eta}-1};$$

(v) $\quad$ si $0 \leqslant \underline{\eta} < \frac{1}{2}$ et $\overline{\eta} > 1$, donc $\underline{T} = \frac{-A_U A_D \overline{\eta}}{m^\circ} +$

$$+ \frac{\underline{\eta} A^2_U}{2m^\circ} \left[1 - \frac{A_U}{m^\circ - A_D} (\underline{\eta} - 1)\right]^{\frac{2\underline{\eta}-1}{1-\underline{\eta}}} ;$$

(vi) $\quad$ si $0 \leqslant \underline{\eta} < \frac{1}{2}$ et $\overline{\eta} < 1$, donc $\underline{T} = \frac{-A_U A_D \overline{\eta}}{m^\circ} \left(1 - \frac{A_D}{m^\circ}\right)^{\overline{\eta}-1} +$

$$+ \frac{\underline{\eta} A^2_U}{2m^\circ} \left[1 - \frac{A_U}{m^\circ - A_D} (\underline{\eta} - 1)\right]^{\frac{2\underline{\eta}-1}{1-\underline{\eta}}} .$$

ANNEXE 3

Hause (1975) suggère une approximation de Taylor du second ordre de la fonction de dépense autour de la situation initiale

$$\tilde{E}\,(p^2, U^1) = m^1 + \Delta p' x^1 + \frac{1}{2} \Delta p' \left[\frac{\partial h}{\partial p}\right] \Delta p$$

où $\frac{\partial h}{\partial p}$ est évalué au point initial

$$\Delta p = \binom{-2}{2}$$

$$x^1 = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25{,}15 \\ 61{,}375 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_1} = - \frac{\alpha_1}{(p_1)^2} (1-\alpha_1)\,(m - p_1\gamma_1 - p_2\gamma_2 - p_3\gamma_3) = -1{,}2075$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial p_2} = - \frac{\alpha_2}{(p_2)^2} (1-\alpha_2)\,(m - p_1\gamma_1 - p_2\gamma_2 - p_3\gamma_3) = -22{,}640625$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_2} = \frac{\partial h_2}{\partial p_1} = \frac{\alpha_1\alpha_2}{p_1 p_2} (m - p_1\gamma_1 - p_2\gamma_2 - p_3\gamma_3) = 3{,}01875$$

$m^1 = 500$

$\Delta p' x^1 = 72{,}45$

$^1/_2\ \Delta p' [\quad] \Delta p = -59{,}77125$

$\therefore\ \tilde{E}(\quad) = 512{,}67875 < E\,(p^2, U^1) = 530{,}74737$

BIBLIOGRAPHIE

CHIPMAN, J.S. et J.C. MOORE, «Compensating Variation, Consumer's surplus and Welfare», *American Economic Review,* décembre 1980.

DIAMOND, P.A. et D.L. MCFADDEN, «Some Uses of the Expenditure Function in Public Finance», *Journal of Public Economics,* 3, 1974.

HAUSMAN, J.A., «Exact Consumer's Surplus and Deadweight Loss», *American Economic Review,* septembre 1981.

HAUSE, J.C., «The Theory of Welfare Cost Measurement», *Journal of Political Economy,* décembre 1975.

MCKENZIE, G. et I.F. PEARCE, «Welfare Measurement — A Synthesis», *American Economic Review,* septembre 1982.

SEADE, J., «Consumer's Surplus and Linearity of Enzel's Curve», *Economic Journal,* septembre 1978.

MOHRING, H., «Alternative Welfare Gain and Loss Measures», *Western Economic Journal,* décembre 1971.

PAUWELS, W., «The Concept of Consumer's Surplus: A General and Unifying Treatment», Studiecentrum voor Economisch in Sociaal Onderzek, rapport 7768.

VARTIA, W., «Efficient Methods of Measuring Welfare Change», *Econometrica,* janvier 1983.

WILLIG, R.D., «Consumer's Surplus: A Rigourous Cookbook», The Economic Series Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, Technical Report no. 98, mai 1973.